

4. PRUEBAS DE HIPÓTESIS

4.1 Construcción de la hipótesis. Tipos de errores.

Las pruebas de hipótesis son una herramienta clave para la toma de decisiones. Esta parte se enfocará en los aspectos básicos para decidir la confirmación o el rechazo de la hipótesis nula planteada.

“El diccionario se basa en la hipótesis -obviamente no probada- de que las lenguas están formadas por sinónimos equivalentes”. Jorge Luis Borges

Introducción

Las pruebas de hipótesis es uno de los métodos más utilizados en la inferencia estadística. De hecho, no solo es la piedra basal del método científico, sino que también está involucrado en diversos campos como el de la física, sociología, psicología, economía, negocios, etcétera. De esto surge como base para la ciencia de la toma de decisiones. Por estos motivos, se presentarán las distintas pruebas de hipótesis, sus formulaciones, deducciones y su inferencia en la toma de decisiones.

Planteo de la hipótesis

Una prueba de hipótesis se fundamenta en tratar de dar por sentada una afirmación o rebatirla. Por ejemplo:

- cómo distintos comportamientos empresariales pueden llevar a descubrir fraudes fiscales;
- si un nuevo método de vigilancia que puede ayudar a disminuir el robo en comercios en los suburbios de una ciudad;
- ver si un conjunto de decisiones tomadas en una empresa impactó en una mejorara del rendimiento de los empleados.

Estos interrogantes, y otros muchos que pueden plantearse en cualquier instancia profesional o de la rutina diaria, pueden ser abordados mediante la prueba estadística de hipótesis para poder determinar o tomar una decisión sobre el valor de algún parámetro desconocido de una población. En este sentido propondrá como poder establecer acciones cuando se conoce la media poblacional y los diferentes tipos de errores que pueden surgir. Se plantearán las distintas situaciones de hipótesis cuando el error estándar de la población, σ , es conocido o desconocido. También se revisarán estrategias para la toma de decisiones basadas en estas pruebas de hipótesis, cómo determinar el tamaño de una muestra para realizar estos análisis y cómo trabajar con muestras que tienen un tamaño grande. Por todos estos casos, primeramente, se debe entender cómo plantear una hipótesis.

Diseño de la hipótesis

Debemos recordar que la estadística inferencial se basa en estudiar, y resumir, información de una muestra para, luego, hacer referencia a la población entera. De aquí que las pruebas de hipótesis sirven para tomar una decisión sobre valores que adoptan parámetros una población como la media o la proporción poblacional (μ o p , respectivamente). Como, normalmente, estos valores son desconocidos las pruebas de hipótesis (como los intervalos de confianza) son procedimientos donde se hace inferencia sobre estos parámetros desconocidos de una población basados en datos de una muestra la cual es parte de la población. La construcción de la prueba de hipótesis se basa en dos *enunciados* (dos hipótesis) que compiten sobre el valor del parámetro poblacional sobre el que se desea inferir (μ , p o σ). Estas dos afirmaciones cubren todos los valores posibles de estos parámetros, pero solo una puede ser correcta. Por este motivo, se debe recabar información para poder tomar una decisión sobre cuál de las afirmaciones es la correcta. Como se ha mencionado, esta información provendrá de datos de una muestra.

Estos enunciados tienen características y nombres específicos:

- La hipótesis nula, denotada como H_0 , representa lo que se ha asumido, de una manera experimental y arbitraria, como valor para el parámetro de la población. Esta afirmación indicará que el parámetro poblacional será *igual* ($=$), *mayor o igual* (\geq) o *menor o igual* (\leq) a cierto valor.
- La hipótesis alternativa, simbolizada como H_a (en otros casos puede aparecer como H_1), representa un valor alternativo para el parámetro

poblacional. Este valor alternativo *niega* lo afirmado por H_0 y será desigual, menor o mayor (nunca habrá igualdad) al valor poblacional asumido en la hipótesis nula. En base a H_1 , se afirma si el valor asumido de H_0 es verdadero o debe ser rechazado.

Un ejemplo clásico de hipótesis es un juicio. La hipótesis nula es la afirmación que la persona enjuiciada es inocente (hasta que se pruebe lo contrario) y el jurado deberá evaluar las suficientes pruebas para comprobar dicha hipótesis nula o refutarla y, de esta manera, dar curso a la hipótesis alternativa la cual indica que la persona es culpable. En el caso de las estadísticas, las pruebas del juicio son homólogas a los datos de una muestra.

Siguiendo los razonamientos mencionados la tabla 1 muestra las tres maneras posibles de plantear las hipótesis nula y alternativa para inferir sobre la media poblacional, μ , donde μ_0 denota el valor hipotetizado para este parámetro:

Tabla 1: tres planteos posibles de hipótesis nula versus alternativa

H_0	H_a
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$

Fuente: elaboración propia

Un ejemplo de cómo plantear los dos tipos de hipótesis puede ser el siguiente:

El cajero del supermercado E&B afirma que la cantidad de bebidas limonadas vendidas en los días no laborables es de 350 litros o más. El gerente del supermercado notó que, últimamente, la venta de este tipo de bebidas ha decrecido. Para corroborar la afirmación del gerente, el dueño del supermercado tomará muestras en los días no laborales para probar si se confirma lo declarado por el cajero.

En este caso se puede plantear como hipótesis nula la afirmación del cajero donde $H_0: \mu \geq 350$ litros. La hipótesis alternativa, del gerente, se plantea como $H_a: \mu < 350$ litros. A esta instancia no se puede rechazar ni confirmar H_0 hasta no tener un análisis de las compras realizadas en los días indicados.

Diferencias significativas

Como se ha descrito arriba, en las pruebas de hipótesis para la media poblacional, μ , generalmente se compara la media muestral con μ para corroborar lo afirmado por H_0 . Ahora bien, si hay diferencias entre ambos parámetros, ¿cómo se determina si dicha diferencia es estadísticamente significativa, o simplemente este contraste se debe a la variabilidad que posee la muestra? Cabe remarcar que un resultado es estadísticamente significativo cuando es altamente improbable que ocurra azarosamente.

Esto lo podemos ejemplificar de la siguiente manera:

El jefe de laboratorio de una empresa que fabrica aditivos para aumentar el rendimiento del combustible para aviones debe investigar si el nuevo compuesto desarrollado en su compañía incrementa el desgaste de las turbinas de los motores para una determinada aeronave. Este desgaste se valora midiendo la potencia desarrollada por el motor a 40000 RPM luego del uso del aditivo. Si este desgaste se comprueba, será necesario advertir cuando se venda el producto de este efecto. El desgaste medio de los motores luego de 10000 horas de vuelo es de una potencia de 48000 HP (HP: caballos de fuerza).

En este ejemplo se debe, primeramente, plantear la hipótesis nula y la clave está en la palabra *incrementa* que significará *mayor que* y se representa con el símbolo $>$. De esta manera, la hipótesis nula se puede plantear como $H_0: \mu \leq \mu_0$ y, la hipótesis alternativa será $H_a: \mu > \mu_0$. ¿Qué significan estas comparaciones? H_0 propone que el desgaste medio *poblacional* producido por el aditivo será menor o igual al desgaste hallado para aquellos motores que no han usado aditivos mientras que, contrastando, H_a afirma que el desgaste medio *poblacional* medido en los motores que han usado el aditivo es mayor respecto al mismo parámetro para máquinas que no han usado el compuesto. Reescribiendo las hipótesis:

$$H_0: \mu \leq 48000 \text{ HP vs } H_a: \mu > 48000$$

¿Cómo determinar cuál hipótesis es correcta?

Una manera de proceder para determinar qué propuesta es correcta, se debe tomar una muestra aleatoria de aquellas aeronaves que están utilizando el aditivo y medir la potencia desarrollada por los motores que hayan tenido 10000 horas de vuelo y calcular, en este caso, la media de la

muestra, \bar{x} y la desviación estándar de la muestra, s . En nuestro caso, seguramente el valor de \bar{x} no sea igual 48000 HP ya que es solo una muestra parte de la población total. Ahora bien, suponiendo que el desgaste medido sea mayor a 48000 HP, ¿esto significa realmente que el nuevo aditivo aumenta el desgaste de los motores o esta diferencia radica meramente a una variación aleatoria? Veamos estos dos casos:

1. Supongamos que el desgaste medido fue de $\bar{x} = 49000$ HP. La diferencia entre el desgaste medio poblacional, de 48000 HP, y el medio muestral medido, de 49000 HP, es de 1000HP. Este valor representa, solamente, el 2,1% de la medida poblacional. Dependiendo de la variabilidad de la muestra, el encargado puede quizás concluir que esta diferencia *no* es significativa, puede deberse a una variabilidad aleatoria y, por ende, confirmar H_0 . Evidentemente en este caso hay que tener una medida de la variabilidad de la muestra para poder sostener la confirmación de la hipótesis nula.
2. Supongamos que el desgaste medido fue de $\bar{x} = 60000$ HP. En este caso, la diferencia entre el desgaste medio poblacional, de 48000 HP, y el medio muestral medido, de 60000 HP, es de 12000 HP. Ahora, la diferencia es de alrededor del 20% de la medida poblacional. También, y siempre dependiendo de la variabilidad de la muestra, el encargado puede concluir que esta diferencia *si* es significativa ya que es muy grande y que no puede deberse a una variabilidad aleatoria y, refutar H_0 .

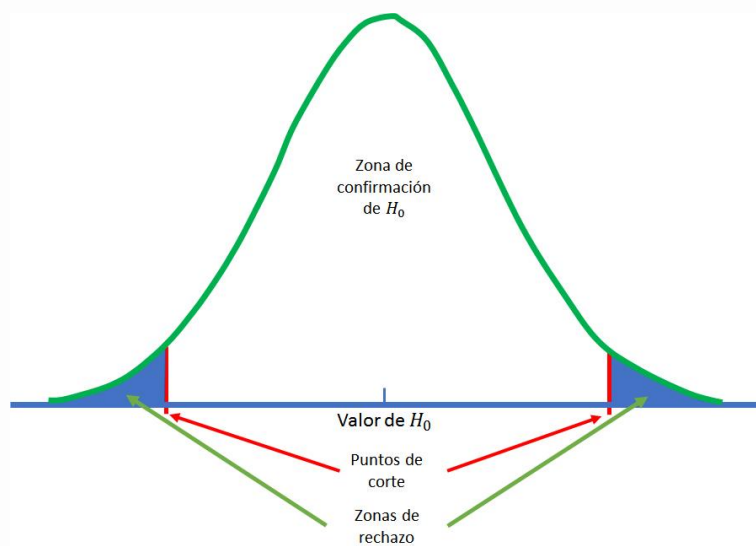
De este ejemplo se puede concluir que, si la diferencia es muy grande, se podría refutar la hipótesis nula y si la diferencia es mínima no es estadísticamente significativo y, por ende, H_0 se acepta. Ahora los interrogantes a responder son: ¿cómo y cuándo una diferencia es *estadísticamente significativa*? ¿Cómo se determina?

Responderemos a estas preguntas volviendo a las teorías de las distribuciones ya que el punto o valor sobre el cual se inferirá si la hipótesis nula se confirma o se rechaza será definido por esta distribución y las zonas que sean consideradas como las que excluyen cualquier valor que posibilite confirmar H_0 , en otras palabras será la zona de la distribución que si el valor medio muestral medido yace en esta (o estas) zonas de la distribución ahora sí la diferencia es estadísticamente significativa. Estas regiones de corte, o valores confirmación o rechazo de la hipótesis nula, vienen dados por los valores que adopten los parámetros estadísticos z , p o t . Por este motivo

cuando el valor de estos parámetros están comprendidos en las regiones de corte o rechazo se descartará H_0 mientras que si cae en la zona de confianza se confirma la hipótesis nula.

Arriba hemos visto los posibles planteos para las pruebas de hipótesis. Dependiendo de cuál sea la forma planteada para H_0 la prueba de hipótesis será unilateral o bilateral. Estas clasificaciones se basan en la zona de rechazo planteada donde la hipótesis *unilateral derecha* será cuando la zona de rechazo está dada para valores mayores a los planteados por H_0 , o sea si la hipótesis nula es $\mu \leq \mu_0$ y la alternativa $\mu > \mu_0$. Esto implica que, si el valor de la media muestral está en la zona de rechazo en la distribución de la muestra, se rechaza la hipótesis nula. De una manera análoga, la prueba de hipótesis será *unilateral izquierda* cuando la hipótesis nula se plantea como $\mu \geq \mu_0$ y, por ende, la zona de rechazo está a la izquierda de la distribución. Por último, la prueba será *bilateral* ya que cuando la hipótesis nula plantea la igualdad $\mu = \mu_0$, ahora existen dos zonas de rechazo posibles cuyos valores están a la derecha (mucho mayores a μ_0) o a la izquierda (considerablemente menores a μ_0) en la distribución. El caso bilateral se ejemplifica en la figura 1.

Figura 1. Distribución normal de la muestra



Fuente: elaboración propia. H_0 plantea $\mu = \mu_0$ y, por ende, los valores de \bar{x} que caigan sobre las zonas de rechazo *bilaterales* descartan a H_0 .

Cuando se confirma o se rechaza la hipótesis nula erróneamente.

En las pruebas de hipótesis hay dos posibilidades solamente para tomar una decisión:

- La hipótesis nula es aceptada
- La hipótesis nula es rechazada

Lo ideal sería, entonces, que H_0 sea aceptada cuando es verdad y rechazada cuando H_a es correcta. El problema es que no siempre se llega a una conclusión correcta ya que, como hemos visto, las pruebas de hipótesis se fundamentan en la información de una muestra y la misma puede tener errores y/o variabilidad. En este sentido existen dos tipos de errores, el error del **tipo I** y el error del **tipo II**. Cuando uno rechaza la hipótesis nula siendo esta verdadera, recae en el error **tipo I**. Por el contrario, cuando la hipótesis alternativa es verdadera, pero se da por confirmada la hipótesis nula se recae en el error **tipo II**.

La probabilidad de cometer un error del tipo I se llama *nivel de significancia*. Este nivel de significancia generalmente está especificado cuando se realiza la prueba de hipótesis y se lo denota con el símbolo griego alfa, α . Los valores comunes para α son normalmente de 0,05 y 0,01 los cuales indican la probabilidad de cometer un error del tipo I en la prueba. Si el costo de cometer este error es alto, se buscarán valores pequeños de α , o sea, baja probabilidad. En este sentido, aquellas pruebas que se apliquen controlando solamente el error tipo I se las denomina pruebas de significancia.

La probabilidad de cometer un error del tipo II es informada con el símbolo griego beta, β . Este parámetro marca la probabilidad, o *riesgo*, de no rechazar H_0 cuando la misma es falsa. Cuando uno fija un valor de α pequeño (que es lo que generalmente ocurre) inevitablemente β será mayor (para una muestra fija). Lo ideal en una prueba de hipótesis es que ambas probabilidades, α y β , sean lo más bajo posible para minimizar caer en cualquiera de estos tipos de errores. Lamentablemente, la única manera de posibilitar esto es incrementar el tamaño de la muestra algo que, a veces, es difícil de ejecutar.

Todo lo descrito nos posibilita elaborar una manera sistemática para realizar el planteo de una prueba de hipótesis. El siguiente mecanismo resume una manera de realizar eso:

- Reconocer y plantear H_0 y H_a ;
- Fijar los niveles de significancia y/o riesgo (niveles de α y/o β);
- Trabajar con el parámetro adecuado para la realización de la prueba (valores z , p , t , etcétera), con un tamaño de muestra óptimo;
- Obtener los puntos de corte para marcar el/las áreas/s de rechazo;
- Calcular o estimar el valor muestral a evaluar y ver si está comprendido dentro de las regiones de aceptación o rechazo de H_0 ;
- Aceptar o rechazar H_0 de acuerdo al punto anterior y, de esta manera, obtener una conclusión acerca de lo planteado en la prueba de hipótesis con la consiguiente aplicación de una decisión fundamentada estadísticamente.

4.2 Pruebas de hipótesis para la media poblacional con varianza conocida y desconocida.

2.2.1 Cálculo del valor Z en la prueba de hipótesis para la media con varianza poblacional conocida.

Supongamos que usted está por conducir una prueba de hipótesis para determinar si el precio promedio de una computadora personal nueva excede los 600 USD. Para ello, el primer punto a realizar es plantear la hipótesis nula, donde el valor medio poblacional será menor o igual a 600 USD, y la alternativa, sobre la cual el valor medio poblacional será mayor a 600 USD:

$$H_0: \mu \leq \mu_0; \mu \leq 600 \text{ USD}$$

$$H_a: \mu > \mu_0; \mu > 600 \text{ USD.}$$

El precio promedio medido sobre una muestra de 40 computadoras nuevas fue de 750 USD. Recapitulando lo mencionado hasta ahora, se debe tener en cuenta la variabilidad para poder realmente decir que la hipótesis nula debe ser rechazada ya que el precio medio medido en la muestra supera ampliamente el valor hipotético de 600 USD. Para calcular esta variabilidad se debe considerar la distribución de la muestra. Si el tamaño es lo suficientemente grande, se puede considerar una distribución normal. Ahora, es necesario identificar si el valor medido de \bar{x} entra en la zona de rechazo o de aceptación de H_0 . Para esto se debe calcular un parámetro de estandarización para la distribución normal el cual pondere la variabilidad poblacional y el valor medido para la muestra. Este valor se denomina valor $Z_{muestra}$ y es igual a $Z_{muestra} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}}$. $Z_{muestra}$ representa cuán lejos la media muestral medida, \bar{x} , está, por encima o por debajo, del valor promedio hipotético, μ_0 estandarizado por el valor de la desviación estándar muestral $\sigma_{\bar{x}} = \sigma / \sqrt{n}$.

Suponiendo que se conoce que la desviación estándar poblacional es de 400 USD, $Z_{muestra} = \frac{750 - 600}{400 / \sqrt{40}} = 2,37$. Este valor indica que el promedio medido

de precios para el producto está 2,37 veces por encima de la variabilidad de la muestra. Ahora nuevamente la pregunta es: ¿Es estadísticamente significativo que el valor de \bar{x} esté 2,37 veces por encima de la variabilidad de la muestra? La respuesta a esta pregunta es crucial ya que es la que posibilitará *decidir* si se acepta o rechaza H_0 . Para hallar la respuesta es necesario plantear la probabilidad de obtener el valor del parámetro estadístico calculado si H_0 es verdadera. Esta probabilidad se la conoce como valor- p y, por ser una probabilidad, adopta valores entre 0 y 1.

Para los casos de las distintas pruebas de hipótesis, análogamente, existen tres casos de valores p como se representan en la figura 2.

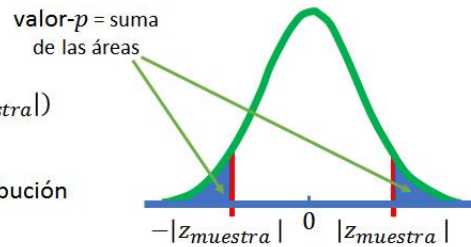
Figura 2. Casos posibles para el valor- p

Hipótesis bilateral

$H_0: \mu = \mu_0; H_a: \mu \neq \mu_0$

$$\text{valor-}p = P(Z > |z_{\text{muestra}}|) + P(Z < -|z_{\text{muestra}}|)$$
$$= 2 \times P(Z > |z_{\text{muestra}}|)$$

Se suman las áreas de las dos colas de la distribución

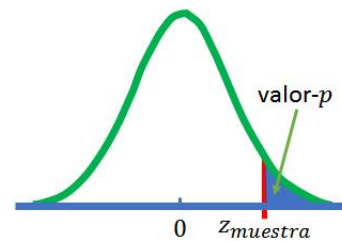


Hipótesis unilateral derecha

$H_0: \mu \leq \mu_0; H_a: \mu > \mu_0$

$\text{valor-}p = P(Z > z_{\text{muestra}})$

Proporción de área a la derecha de z_{muestra}

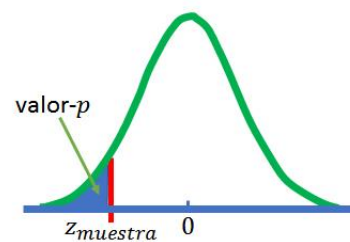


Hipótesis unilateral izquierda

$H_0: \mu \geq \mu_0; H_a: \mu < \mu_0$

$\text{valor-}p = P(Z < z_{\text{muestra}})$

Proporción de área a la izquierda de z_{muestra}



Fuente: adaptado de (Larose, 2013)

Mediante el siguiente ejemplo se muestra como calcular el valor- p :

Para los siguientes planteos:

- 1) $H_0: \mu = 4$ y $H_a: \mu > 4; z_{\text{muestra}} = 1,02$
- 2) $H_0: \mu = 9$ y $H_a: \mu < 9; z_{\text{muestra}} = -1,52$
- 3) $H_0: \mu = 120$ y $H_a: \mu \neq 120; z_{\text{muestra}} = -2,14$

Para calcular el valor- p :

En el caso 1), se nos presenta un planteo unilateral derecho, donde el valor- p será igual al área de la cola derecha (figura 2, panel medio). Esto implica:

valor- $p = P(z > z_{muestra}) = P(z > 1,02)$. Utilizando la función de Excel “=NORM.S.DIST” podemos calcular el valor de z para 1,02 el cual es igual a 0,8461 y, por ende, el valor- p es igual a $1 - z = 1 - 0,8461 = 0.1539$.

En el caso 2, es un caso de la prueba unilateral izquierda. Análogo a lo anterior, $\text{valor-}p = P(z < z_{muestra}) = P(z < -1,52)$. Utilizando la función de Excel “=NORM.S.DIST” podemos calcular el valor de z para -1,52 el cual es igual a **0.0642** y, por ende, este es el valor $\text{valor-}p$.

El último punto, 3, que representa el caso de una prueba bilateral, el $\text{valor-}p = 2 \times P(z > |z_{muestra}|) = 2 \times P(z > 2,14)$. Utilizando la función de Excel “=NORM.S.DIST” podemos calcular el valor de z para -2,14 el cual es igual a **0.0162** y, dos veces este valor nos da el valor $\text{valor-}p = 0,0323$.

El $\text{valor-}p$ se calcula a partir del valor de $z_{muestra}$ e indica si $z_{muestra}$ es un valor extremo o inusual. Si, ahora, el valor de \bar{x} es un valor extremo o poco probable, el valor de $z_{muestra}$ presentará un valor $\text{valor-}p$ bajo, mientras que si \bar{x} está es cercano al centro de la distribución, se observará que el $\text{valor-}p$ es alto.

Por este motivo, un $\text{valor-}p$ pequeño (cercano a cero) indica un conflicto entre los datos de la muestra y la hipótesis nula planteada por lo que llevará a *rechazar la hipótesis nula*. ¿Cuán bajo puede ser el $\text{valor-}p$? Esto depende del valor de confianza que pretenda el estudio. Usualmente para valores de fiabilidad del 99%, 95% y 90% (α igual a 0,01, 0,05 y 0,10, respectivamente) cuando el $\text{valor-}p$ es menor a α esto marca el rechazo de H_0 .

Regla de rechazo de H_0 fundamentada en el $\text{valor-}p$:

H_0 debe ser rechazada cuando $\text{valor-}p$ es menor o igual al valor de α (dado por el nivel de fiabilidad)

El valor de α representa el límite entre que el resultado del estudio (generalmente evaluado por \bar{x}) sea estadísticamente significativo (rechazo de la hipótesis nula) o que no haya diferencia estadísticamente significativa. Por este motivo, el valor de α se lo denomina nivel de significancia de la prueba.

Resumen para la evaluación de la prueba de hipótesis de la media poblacional basada en el cálculo de $z_{muestra}$ y valor el $\text{valor-}p$.

Cuando se realiza un estudio sobre una muestra de tamaño, donde sus datos son tomados al azar, y con una desviación estándar poblacional, σ , que es conocida, se puede usar la prueba z si la distribución poblacional es normal o el tamaño de la muestra es grande (usualmente $n \geq 30$).

- Plantear las hipótesis y la regla de rechazo la cual, basada en el valor- p será: rechazar H_0 si el valor- p es menor o igual al valor de α .
- Calcular $Z_{muestra}$.
- Hallar el valor- p .
- Plantear la conclusión (se rechaza o se confirma H_0) y la interpretación de los resultados basados en que si se rechaza H_0 hay suficiente evidencia significativa para que esto se fundamente γ , si se confirma H_0 , no hay suficiente nivel de significancia, dentro de la fiabilidad planteada, para que se rechace H_0

Ejemplo de aplicación

El gerente de una compañía de seguros de automotores desea saber si el nivel de satisfacción de sus clientes ha caído en los últimos años. Para ello, conduce un estudio llamando a 40 clientes, escogidos al azar, y se les preguntó cuál era su nivel de satisfacción con los servicios brindados por la empresa. La puntuación es desde el 1 (baja satisfacción) al 5 (alta satisfacción). El puntaje histórico promedio de la empresa es 3,2, con una desviación estándar de 1,1, y el de la nueva encuesta es de 2,8. El nivel de significancia deseado para la encuesta es de $\alpha=0,05$.

Para resolver este ejemplo, nos basaremos en los pasos planteados arriba donde el tamaño de la muestra es grande (40) y se conoce σ . Primeramente, debemos enunciar la hipótesis nula y la alternativa y la regla de rechazo:

$$H_0: \mu=3,2$$

$$H_a: \mu < 3,2$$

Se rechazará H_0 si el valor- $p \leq \alpha$, o sea, valor- $p \leq 0,05$.

Luego se debe calcular $Z_{muestra}$,

$$Z_{muestra} = (\bar{x} - \mu_0) / (\sigma / \sqrt{n}) = (2,8 - 3,2) / (1,1 / \sqrt{40}) = -2,300.$$

Una vez calculado z muestra, se puede calcular el valor- p . Aplicando la función de Excel “=NORM.S.DIST (-2,300, 1)” se obtiene: valor- $p=0,011$.

El nivel de significancia α planteado es de 0,05. Como el valor $p=0,011$ obtenido es menor a α , se rechaza la hipótesis nula y se puede decir que hay una disminución estadísticamente significativa de la conformidad de los clientes de la empresa con un nivel de significancia de 0,05.

Uso del parámetro *t*-Student en la prueba de hipótesis para la media con varianza poblacional desconocida

En general el valor de la desviación estándar de una población no es conocido. Cuando este es el caso, no se puede utilizar el parámetro z sino que se utiliza la prueba *t*-Student, o parámetro t , para resolver una prueba de hipótesis. Este parámetro estadístico es igual a:

$$t = \frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} \text{ donde } \bar{x} \text{ es la media muestral, } \mu \text{ la media poblacional desconocida,}$$

s la desviación estándar de la muestra y n el tamaño de la muestra. Análogamente al parámetro z , podemos llamar a este parámetro t_{muestra} y definirlo como: $t_{\text{muestra}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s / \sqrt{n}}$ y que representa el número de errores

estándar donde la media se encuentra por encima o por debajo de μ_0 . Valores extremos de \bar{x} , que son estadísticamente significativos frente al valor de media hipotético μ_0 , implicarán valores grandes de t_{muestra} . Nuevamente se debe plantear cuándo esta diferencia es significativa y, de la misma manera que se describió para el caso donde se conoce la desviación estándar poblacional, como calcular el **valor- p** para confirmar esta diferencia y así rechazar H_0 .

Resumen para la evaluación de la prueba de hipótesis de la media poblacional basada en el cálculo de t_{muestra} y valor el valor- p .

Similarmente a lo visto antes, cuando se trabaja con una muestra grande ($n \geq 30$) donde sus datos han sido tomados al azar de una cierta población, debemos plantear, primeramente, las hipótesis nula y alternativa y la regla de rechazo basada en el valor- p . La regla de rechazo será cuando el valor- $p \leq \alpha$. Luego se debe calcular el parámetro t_{muestra} . Luego, mediante la función de Excel “=DISTR.T.CD (t_{muestra} , grados de libertad)” (o en inglés “=T.DISTR.RT”) donde los grados de libertad se calculan como $n - 1$ se

puede obtener el valor- p y, de esta manera, rechazar o aceptar la hipótesis nula.

La definición del valor- p para una prueba del tipo t es similar a lo ya definido para la prueba z (figura 2) donde, ahora, los estadísticos a comparar son t y $t_{muestra}$. Valores extremos (inusuales) de la media muestral, se traducen en valores altos de $t_{muestra}$ y, por lo tanto, valores de p muy bajos (cerca de cero). Por el contrario, valores que son cercanos al centro de la distribución normal, presentarán un valor- p alto.

Ejemplo de aplicación

La empresa de galletas NandoCo desea colocar en el mercado un nuevo producto y le interesaría saber el precio de lanzamiento del mismo. El precio promedio histórico para los productos similares es de \$3,95. NandoCo contrató un especialista para que les aconseje si el precio de lanzamiento del nuevo producto debe ser mayor al precio histórico y para evaluar esto tomó de 10 tiendas distintas una muestra al azar que reflejan el precio de los productos competidores (ver tabla 2). El nivel de significancia que plantea el experto en estadística es del $\alpha = 0,05$.

Tabla 2. Precios de productos competidores

Precio (\$)				
4.25	4.16	4.11	4.07	3.96
4.20	3.97	4.09	4.02	4.03

Fuente: elaboración propia

Primeramente, se debe plantear la hipótesis nula y la alternativa y la regla de rechazo de H_0 . Como en este caso se está buscando si el precio a introducir en el mercado debe ser mayor al precio histórico, se puede plantear:

$$H_0: \mu = 3,95$$

$$H_a: \mu > 3,95$$

Al ser una prueba unilateral derecha (ver figura 2) se rechazará H_0 si el valor- $p \leq \alpha$, o sea, valor- $p \leq 0,05$.

La segunda etapa es calcular el valor de $t_{muestra}$ el cual, como se ha visto, es igual a:

$$t_{muestra} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} = \frac{4,09 - 3,95}{0,096/\sqrt{10}} = 4,612 \text{ donde el promedio de precios de la}$$

muestra (\bar{x}) es \$4,09, la media poblacional (μ_0) es \$3,95, la desviación estándar de la muestra (s) es 0,096 y el tamaño de la muestra (n) es 10.

En una tercera instancia, debemos estimar el valor- p . Para tal fin, utilizaremos la función de Excel “=DISTR.T.CD ($t_{muestra}$, grados de libertad)” (o en inglés “=T.DISTR.RT”) donde los grados de libertad se calculan como $n - 1$. En este caso, el valor encontrar el valor- p será calculado en Excel como “=DISTR.T.CD (4,612, 9) dando como valor 0,000634344. Como podemos observar, el valor- p es mucho menor al nivel de significancia planteado (α), donde $0,000634344 \leq 0,05$.

Como conclusión, al ser el valor- $p \leq 0,05$, se rechaza la hipótesis nula y se puede decir, con el nivel de significancia definido que el precio en que se venden los productos competidores es mayor al histórico y, por ende, se puede introducir el producto con un precio mayor al histórico y menor al promedio de la muestra tomada para ser competitivo.

Referencias

Agresti, A., & Franklin, C. (2013). *Statistics: The Art and Science of Learning from Data* (3rd ed.). (D. Lynch, Ed.) Boston, MA, USA: Pearson Education, Inc.

Albright, S. C., & Winston, W. L. (2013). *Business Analytics: Data Analysis and Decision Making*. Stamford CT, USA: Cengage Learning.

Anderson, D. R., Sweeney, D. J., & Williams, T. A. (2011). *Statistics for Business and Economics* (11th ed). Mason, OH: Cengage Learning.

Larose, D. T. (2013). *Discovering Statistics*. New York: W.H. Freeman.

Levine, D. M., Krehbiel, T. C., y Berenson, M. L. (2014). *Estadística para administración*. México: Pearson Educación.

Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2013). *Introduction to Probability and Statistics*. Boston, MA, USA: Brooks/Cole, Cengage Learning.

