4.1 Toma de decisión multietapa

"En cualquier momento de decisión lo mejor es hacer lo correcto, luego lo incorrecto, y lo peor es no hacer nada" Roosevelt (como se cita en Aki Frases, s. f., https://goo.gl/M64oVE).

Tomar decisiones, incluso de la forma más racional posible, siempre acarrea riesgos que necesitan evaluarse y enfrentarse, pero siempre es bueno saber que la indecisión es el peor de todos los riesgos.

Como ha sido discutido con anterioridad, la toma de decisiones de forma racional es un proceso que resulta imprescindible, sobre todo dentro del mundo de los negocios. Sin embargo, en muchas ocasiones nos enfrentamos a decisiones que presentan un determinado nivel de complejidad, como las decisiones multietapa. Este tipo de complejidad aparece en los casos en los cuales es necesario realizar al menos dos decisiones separadas en el tiempo. Por ejemplo, cuando una compañía debe primero decidir si invierte en información necesaria para realizar una segunda decisión. En estos casos, existen comúnmente conjuntos alternativos de nodos de decisión y nodos de azar. El proceso pasa, entonces, por tomar una decisión, observar los resultados de incertidumbres y luego tomar una segunda decisión, y así sucesivamente.

La toma de decisiones en estos escenarios más complejos, así como el riesgo asociado a ellas, será el tema de estudio de este módulo; no obstante, antes de analizar cómo enfrentar este tipo de situaciones es necesario recapitular algunos conceptos probabilísticos que juegan un papel importante en el proceso.

4.1.1 Probabilidad condicional y probabilidad total

Existe una multitud de ejemplos donde es posible encontrar dos o más eventos que no son independientes entre sí y en los cuales la probabilidad de ocurrencia de uno está condicionada por el otro. Esta clase de probabilidad es conocida como *probabilidad condicional* y se denota $P(A|B)$ para los eventos A y B relacionados entre sí. Se define como:

$$P(A|B) = \frac{P(A \text{ "y" } B)}{P(B)}$$

Esta regla nos permite determinar la probabilidad de que ocurra el evento A al conocer el resultado del evento B.

Un concepto relacionado, pero que presenta aún más importancia, consiste en la definición de la *ley probabilidad total*. Si existen n posibles resultados para un caso en particular (un nodo de azar, por ejemplo), es posible conocer las probabilidades de cada uno de ellos, denotadas como $P(A_i)$, para $i = 1, 2, \dots, n$. Entonces, para un evento B cualquiera, cuya probabilidad dependa de los resultados A_i, se tendrá entonces que:

$$P(B) = \sum_{i=1}^{n} P(B|A_i)P(A_i)$$

En otras palabras, la probabilidad total de que ocurra B será igual a la suma de todas las probabilidades condicionales de B respecto de cada posible resultado A_i multiplicado por la probabilidad de dicho resultado.

4.1.2 Regla de Bayes

Recordemos que un árbol de decisión consiste en una forma esquemática y gráfica de representar un problema de decisión. Este tipo de árbol está compuesto por nodos, o puntos en el tiempo, que pueden ser de decisión (punto donde se toma una decisión) o de azar (punto en el cual se resuelve la incertidumbre de los resultados). Estos nodos se conectan mediante ramas que siguen una línea temporal de izquierda a derecha.

En los árboles de decisión asociados a problemas multietapas, todas las ramas de azar localizadas hacia la derecha del árbol son condicionadas a los resultados previos. Por tanto, sus probabilidades son de la forma $P(A|B)$, donde A es un posible resultado del correspondiente nodo, mientras que B es un evento ocurrido previo a A.

No obstante, es común que, en la toma de datos para la resolución del problema, resulte más natural la asignación de probabilidades condicionales en el orden opuesto, o sea $P(B|A)$. En este caso, la conocida regla de Bayes juega un papel muy importante.

Para entender esta regla, supongamos que la ocurrencia de un evento B es condicionada por todos los resultados A_i con probabilidades $P(B|A_i)$ conocidas. Ahora planteamos la interrogante de conocer cuál es la probabilidad de ocurrencia de cada uno de los resultados A_i una vez ocurrido B. La regla de Bayes permite calcular estas probabilidades como:

$$P(A_i|B) = \frac{P(B|A_i) \times P(A_i)}{\sum_{j=1}^{n} P(B|A_j)P(A_j)}$$

Es válido notar que el denominador de la expresión anterior es equivalente a la expresión de probabilidad total de B, según fue definido anteriormente. En otras palabras, la regla de Bayes nos dice que la probabilidad de que ocurra A_i dado B es equivalente a la fracción que aporta la ocurrencia de A_i a la probabilidad total de B.

Para eventos donde existen dos posibles resultados solamente, que pueden denotarse como A y noA, la regla de Bayes se reduce a:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B|A) \times P(A) + P(B|noA)P(noA)}$$

4.1.3 Ejemplo práctico en la toma de decisiones multietapa

Para entender la aplicación de estos conceptos recapitulados arriba dentro del marco de los procesos de toma de decisión multietapa, planteamos el siguiente ejemplo.

Una determinada escuela de atletismo se encuentra realizando un estudio para valorar la posibilidad de incluir exámenes antidrogas obligatorios (para detectar el uso de algún esteroide, por ejemplo). Para ello utilizan un acercamiento mediante un modelo de decisión multietapa que les permita conocer si los beneficios de realizar exámenes obligatorios superan los costos.

Para este caso (como en todo problema de toma de decisiones), es necesario tener presente dos puntos importantes: la determinación de las probabilidades de exactitud de los exámenes antidrogas y la valoración del costo-beneficio de cada posible resultado.

Asignación de probabilidades

Si un atleta es examinado frente a alguna droga en específico, el resultado será o bien positivo (P), o bien negativo (N); sin embargo, estos exámenes nunca son perfectos, por lo que algún atleta podría ser considerado positivo sin haber usado la droga (falso positivo), o bien ser considerado negativo habiendo usado la droga (falso negativo).

El tipo de examen antidrogas que la escuela está valorando tiene un 3 % de probabilidad de dar falsos positivos y un 7 % de probabilidad de dar falsos negativos. Adicionalmente, según otros estudios estadísticos realizados, estiman que aproximadamente el 5 % de los atletas consumen la droga. Con esta información es posible utilizar la regla de Bayes para determinar las probabilidades de cada resultado del examen sobre un atleta cualquiera, que podría ser consumidor (C) o no (NC) de la droga.

En primer lugar, debido a que el 5 % de todos los atletas son consumidores, se tiene que $P(C) = 0{,}05$ y $P(NC) = 0{,}95$. Estos valores representan las probabilidades *a priori*, o sea, las probabilidades previas a conocer el resultado del examen. En segundo lugar, debido a los datos de la exactitud del examen antidrogas, se conoce que $P(P|NC) = 0{,}03$ y $P(N|C) = 0{,}07$. Adicionalmente, puesto que el resultado para un consumidor es o bien positivo o bien negativo, entonces $P(P|C) = 0{,}93$, y, por el mismo razonamiento, entonces $P(N|NC) = 0{,}97$.

Estos valores representan las probabilidades de que, siendo consumidor o no de la droga, el examen dé positivo o negativo; sin embargo, es importante para el problema conocer las probabilidades inversas, o sea, la probabilidad de que un atleta sea consumidor o no, conociendo que el examen fue negativo o positivo. Para ello se hace uso de la regla de Bayes y se tiene:

$$P(C|P) = \frac{P(P|C) \times P(C)}{P(P|C) \times P(C) + P(P|NC)P(NC)} = \frac{0{,}93 \times 0{,}05}{0{,}93 \times 0{,}05 + 0{,}03 \times 0{,}95} = 0{,}62$$

$$P(NC|N) = \frac{P(N|NC) \times P(NC)}{P(N|C) \times P(C) + P(N|NC)P(NC)} = \frac{0{,}97 \times 0{,}95}{0{,}07 \times 0{,}05 + 0{,}97 \times 0{,}95}$$
$$= 0{,}996$$

En otras palabras, si un atleta resulta positivo del examen, existe aún un 38 % de probabilidad de que no sea consumidor, mientras que si el resultado es negativo, entonces es muy probable que de verdad no sea consumidor.

A partir del denominador de las expresiones anteriores, es posible determinar las probabilidades de cada resultado del examen antidrogas como:

$$P(P) = 0{,}93 \times 0{,}05 + 0{,}03 \times 0{,}95 = 0{,}075$$

$$P(N) = 0{,}07 \times 0{,}05 + 0{,}97 \times 0{,}95 = 0{,}925$$

Es posible que los resultados de arriba resulten engañosos para la intuición, y es por ello que realizaremos un cálculo un tanto más intuitivo. Supongamos que hay 10.000 atletas. De ellos se espera que 500 sean consumidores (5 %) y que 9.500 no lo sean. Una vez realizado el examen a todos, se espera que el 3 % de los no consumidores den positivo (falso positivo), o sea, 285; por otra parte, se espera que el 93 % de los consumidores den positivo (debido al 7 % de falsos negativos), o sea, 465. Por lo tanto, el total de resultados positivos obtenido será de 285 + 465 = 750. Si se escoge al azar uno de estos positivos, la probabilidad de que en efecto sea consumidor es de $465/750 = 0{,}62$. Es posible comprobar que este resultado (el mismo que el obtenido con la regla de Bayes) es independiente del número 10.000 inicial de atletas.

Determinación del costo-beneficio

Por otra parte, la asignación de los valores monetarios asociados a cada posibilidad resulta un poco más compleja. A modo general, asumimos que solo existen dos alternativas: hacer el examen a todos los atletas o no realizar el examen a nadie; luego, con base en los resultados de estas alternativas, es necesario decidir si prohibir o no la práctica del atletismo. Los valores monetarios asociados al problema incluirán los siguientes casos:

- El beneficio (B) proveniente de identificar correctamente un consumidor y prohibirle practicar el atletismo.
- El costo (C1) de realizar el examen, en términos de materiales, personal, etcétera.
- El costo (C2) proveniente de acusar falsamente a un no consumidor y prohibirle la práctica del atletismo.
- El costo (C3) proveniente de no identificar un consumidor y permitirle practicar el atletismo.
- El costo (C4) de violar la privacidad de un no consumidor debido a la realización del examen antidrogas.

El costo C1 es el único que resulta medible monetariamente de forma directa; no obstante, los otros "costos" y el "beneficio" son reales y eventualmente se traducirán en valores monetarios. Es por ello que es necesario tener alguna forma racional de evaluarlos. Para ello, una estrategia muy útil consiste en asignar costos relativos a C1, el cual puede ser considerado igual a 1 (es una forma de simplificar el problema, no necesariamente significa que el costo del examen sea de $1). Evidentemente, en estas asignaciones puede existir un fuerte factor subjetivo, por lo que un análisis de sensibilidad resultaría mandatorio para problemas como este.

La Tabla 1 muestra los costos-beneficios asociados a las diferentes combinaciones de resultados posibles del problema. En la tabla, C representa un consumidor, NC un no consumidor, P un resultado positivo del examen y N uno negativo.

Tabla 1: Costos-beneficios para ejemplo de consumo de drogas por atletas

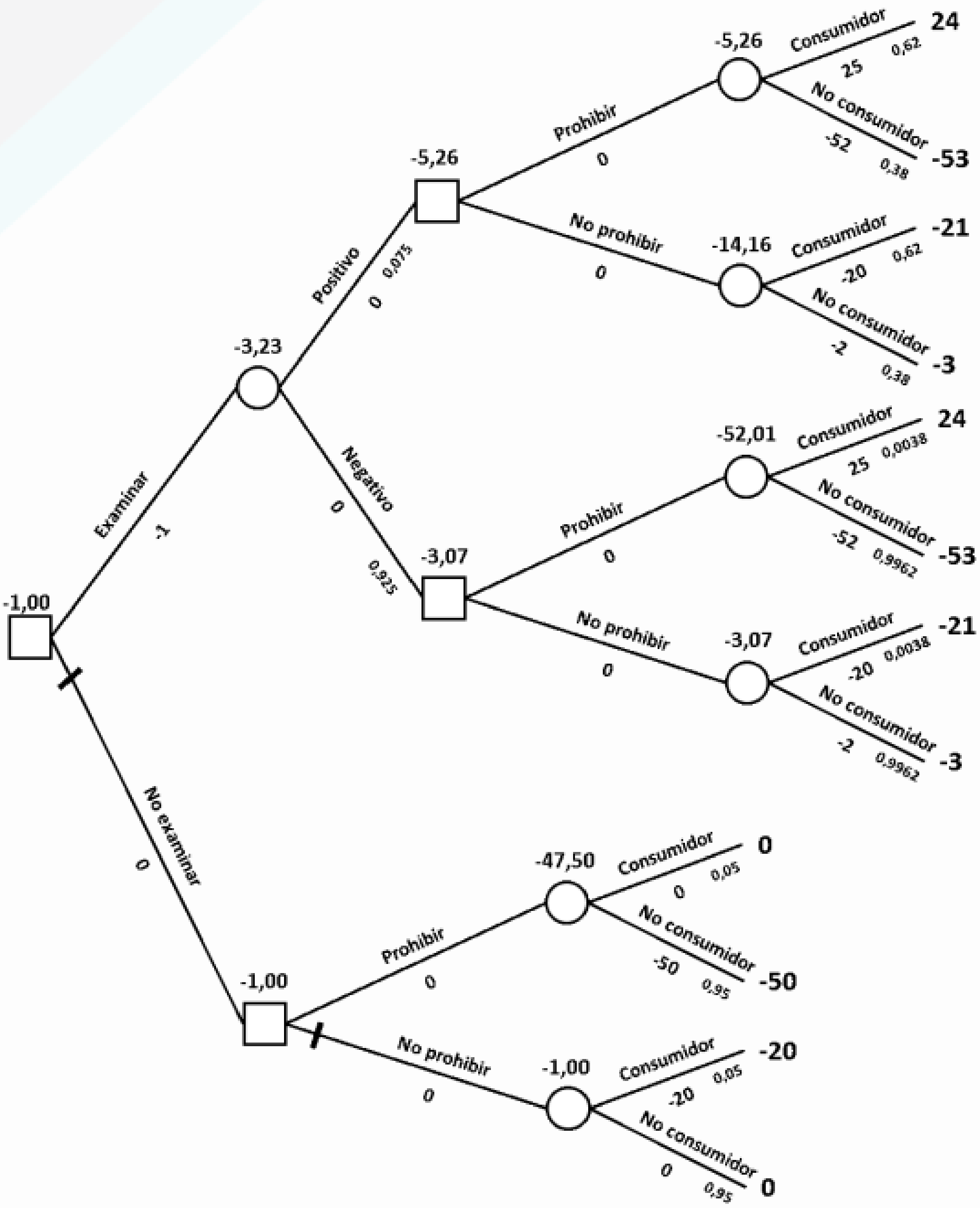
	Examinar		No examinar			
	C	**NC**	**C y P**	**NC y P**	**C y N**	**NC y N**
Prohibir la práctica	B	-C2	B-C1	-(C1+C2+C4)	B-C1	-(C1+C2+C4)
No prohibir la práctica	-C3	0	-(C1+C3)	-(C1+C4)	-(C1+C3)	-(C1+C4)

Fuente: elaboración propia a base de Albright & Winston, 2015.

Teniendo en cuenta los resultados de asignación de probabilidades obtenidos anteriormente y asumiendo la relación de costos siguientes, es posible desarrollar el árbol de decisión mostrado en la Figura 1.

$$B = 25 \times C1,\ C2 = 50 \times C1,\ C3 = 20 \times C1,\ C4 = 2 \times C1$$

Figura 1: Árbol de decisión para ejemplo de consumo de drogas por atleta



Fuente: elaboración propia.

Es importante entender la línea temporal de este árbol: por ejemplo, si se **decide** realizar los exámenes, es necesario observar el resultado de estos y, en función de estos, **decidir** si prohibir o no la práctica del atletismo, para luego evaluar el costo-beneficio si el atleta es consumidor o no.

Antes de proseguir con el análisis, es importante que se entienda bien el origen de los valores mostrados en el árbol de la Figura 1. Todos estos valores provienen del análisis de probabilidades previo, así como de la asignación de costos-beneficios recientemente discutida. Es recomendable, como ejercicio, tratar de construir este árbol, paso a paso, con base en dichos datos.

Análisis del resultado

Para analizar el resultado, primero es válido discutir la asignación de valores propuesta. Estos valores fueron seleccionados de forma bastante arbitraria e intentan reflejar una posible realidad; no obstante, en este punto la subjetividad comienza a jugar un mayor papel. Según la asignación propuesta, prohibir la práctica del atletismo a un no consumidor resulta en el mayor de los costos y es equivalente al doble del beneficio de identificar un consumidor. Adicionalmente, el costo de no identificar un consumidor es del 40 % del costo de prohibir la práctica del atletismo a un no consumidor, mientras que la violación de la privacidad de un no consumidor es el menor de los costos. Si bien estos valores tienen alguna subjetividad asociada, no se alejarían mucho del criterio de varios analistas.

Con base en estos valores, la decisión óptima resulta en no realizar los exámenes. En ambas posibilidades, los valores monetarios esperados (VME) son negativos, lo cual indica que, sin importar la decisión, los costos superan los beneficios. No obstante, la decisión de no realizar los exámenes es ligeramente menos negativa que la de sí realizarlos.

Para eliminar, dentro de lo posible, la subjetividad discutida anteriormente, es necesario realizar los pertinentes análisis de sensibilidad. Para ello, nos planteamos la pregunta: ¿qué sería necesario para cambiar la decisión? La asignación de que C2 es el mayor de los costos sería la más aceptada por todos e incluso se podría argumentar que debería ser mayor a 50 veces C1, debido a las posibles implicaciones legales. Sin embargo, si C2 aumentara, entonces el VME de realizar el examen sería cada vez más negativo, por lo que la decisión no cambiaría. Por otra parte, si se considerara que, tanto los beneficios de identificar un consumidor como los costos de no identificarlo son superiores a los propuestos, entonces la decisión cambiaría si estos igualan o superan el valor de C2, lo cual sería difícil de argumentar.

En adición a la asignación de costos-beneficios, el otro parámetro sobre el cual se puede analizar sensibilidad consiste en la exactitud del examen realizado. No obstante, a pesar de que lograr exámenes que brinden menos falsos positivos y falsos negativos puede parecer atractivo, es posible comprobar que esto no cambiaría el resultado, incluso si las probabilidades de error se reducen hasta 0,01.

Por todas estas razones, es posible concluir que resulta difícil para una escuela de atletismo encontrar argumentos fuertes para implementar exámenes antidrogas de forma obligatoria. Con base en este ejemplo, recomendamos poner en práctica diferentes criterios que podrían tenerse, en términos de probabilidades y asignación de costos, para luego realizar nuevamente el análisis y observar si sus resultados variarían mucho respecto a los propuestos aquí.

4.1.4 El valor de la información

En muchos problemas de decisión multietapa, es común que la primera decisión consista en la obtención de información que puede ser útil para las posteriores decisiones. En casos así, esta información típicamente cambia las probabilidades de los resultados posteriores. Sin embargo, la información precisa normalmente de algún tipo de precio o costo, por lo que resulta importante, para el análisis del problema, conocer el valor de dicha información.

El ejemplo anterior representa un problema típico de este tipo, donde es necesario decidir si obtener o no alguna información que pueda ser útil (realizar un examen antidrogas, en este caso). Si no se obtiene la información, entonces se toma una decisión de forma directa (prohibir o no la práctica del atletismo) con base en las probabilidades *a priori*. Si se decide obtener la información, entonces primero se observa el resultado y luego se toma la decisión final, con base en las probabilidades *a posteriori*. La pregunta es, entonces, ¿cuánto vale la obtención de esa información?

Para ello, primero resulta importante conocer la naturaleza de la información que se va a obtener. En este sentido, la información puede ser *muestral*, mejor definida como *información imperfecta*, o *perfecta*. La información muestral es aquella que se obtiene con algún tipo de incertidumbre, como, por ejemplo: el resultado del examen antidrogas. Por otra parte, la información perfecta es aquella que resulta infalible y sin incertidumbre, como sería, por ejemplo, un examen antidrogas que nunca falle. Este último tipo de información es prácticamente imposible de tener en la realidad; sin embargo, la determinación de su valor resulta muy útil, pues representa un valor superior para cualquier información. En otras palabras, el valor de la información real, que provenga con alguna incertidumbre, nunca superará el valor de la información perfecta.

Con base en estos conceptos, es posible definir el *valor esperado de la información muestral* (VEIM) y el *valor esperado de la información perfecta* (VEIP) como:

- El VEIM es el mayor pago que se está dispuesto a dar por información imperfecta y se define como:
$$VEIM = VME_{(\text{con la información muestral gratis})} - VME_{(\text{ sin información })}$$
- El VEIP es el mayor pago que se está dispuesto a dar por información perfecta y se define como:
$$VEIP = VME_{(\text{con la información perfecta gratis})} - VME_{(\text{ sin información })}$$

Para realizar los cálculos de estos parámetros, es necesario contar con el árbol de decisiones. De esta forma, el VME sin información se obtiene directamente del valor asociado al nodo donde se decidió no obtener información. El VME para la información muestral gratis es el valor del nodo correspondiente a decidir obtener la información, asumiendo que el costo de esta es cero. Para obtener el VEIP, se realiza exactamente el mismo procedimiento sobre un segundo árbol de decisión, el cual se obtiene relativamente fácil al eliminar las ramas correspondientes a la incertidumbre asociadas al resultado de la información, es decir, al asumir que el resultado es completamente infalible.

Obtener el valor de la información es importante para muchos casos; sin embargo, es válido hacer notar que la información tiene valor solamente si influirá en la decisión final. Esto quiere decir que, si se sabe que la decisión final de una problemática va a ser exactamente la misma con o sin información, entonces adquirir la información no tendría valor alguno y solo sería una pérdida de dinero (y de tiempo).

A modo de resumen, la cantidad que se debería estar dispuesto a pagar para obtener información equivale al incremento en el VME que puede resultar de tener dicha información. Si el precio actual de la información es menor o igual a este valor, entonces puede ser útil obtenerla; de lo contrario, no valdría la pena. En adición, el valor de cualquier información nunca superará el VEIP, por lo cual, si se recibiera una propuesta de información con un precio mayor que este valor, no sería factible nunca, puesto que, por muy infalible que se considere la fuente de información, su precio supera el valor máximo posible.

4.2 Aversión al riesgo y utilidad esperada

4.2.1 Aversión al riesgo

Hasta el momento hemos abordado el tema de la toma de decisiones mediante un criterio de maximización del VME. ¿Tomamos siempre este criterio en la vida real? ¿Evaluamos de alguna forma intuitiva el riesgo asociado a este criterio? Para entender esto veamos un ejemplo hipotético sencillo.

Supongamos que podemos entrar en una determinada lotería, donde es posible ganar $100 k con una probabilidad de 0,1, o bien no ganar nada, con una probabilidad de 0,9. Supongamos, también, que alternativamente existe la posibilidad de no entrar en la lotería y recibir por ello $5 k de forma segura. El VME para entrar en la lotería es de $10 k, lo cual es mayor que $5 k, por lo que el criterio de maximización del VME nos dirá que es válido entrar en la lotería. No obstante, en condiciones como estas, ¿cuántos entraríamos realmente en la lotería? ¿Dejaríamos de ganar $5 k seguros a cambio de la posibilidad de ganar $100 k solo porque tiene un VME mayor? Cambiemos los números de $100 k a $1 M y de $5 k a $50 k y hagamos la misma pregunta: ¿dejarían pasar la decisión de ganar de forma segura los $50 k? Lo más probable es que no.

Este ejemplo ilustra que las personas no se comportan necesariamente como maximizadores del VME en el momento de tomar decisiones, sobre todo a medida que los valores monetarios asociados son mayores. Este tipo de comportamiento es conocido como *aversión al riesgo*.

Cuando hay mucho valor monetario en juego, muchas personas se comportan con aversión al riesgo y sacrifican VME a la hora de tomar decisiones. La idea general es clara: una decisión en base al criterio de máximo VME es indiferente entre una *apuesta* con un VME determinado y una *certeza* de ganancia del mismo VME. En este sentido, la aversión al riesgo consiste en elegir la decisión con la certeza de ganancia y sacrificar el VME. Mientras mayor es este sacrificio, mayor aversión al riesgo se tiene.

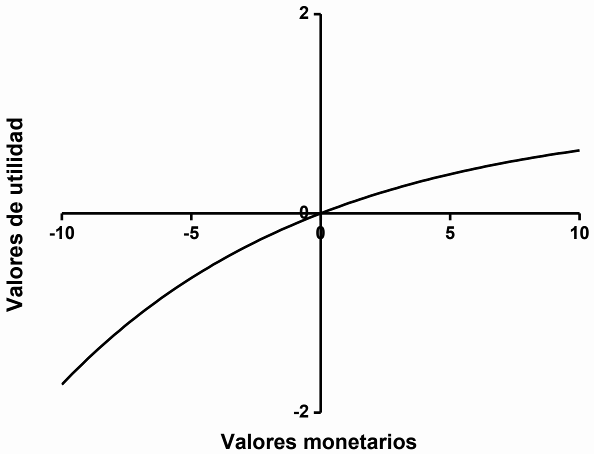
En estos términos resulta la existencia de un criterio alternativo del VME, que es precisamente el que más utilizan las personas cotidianamente. Este criterio consiste en la maximización de la *utilidad esperada*, o sea, en elegir las decisiones con mayor "utilidad esperada".

4.2.2 Funciones de utilidad

La utilidad esperada no es más que un valor numérico de "utilidad" asociado a un valor monetario dado. Este es un concepto que es completamente particular para cada persona, pues depende de la propia definición de utilidad que se tenga. Una forma de analizar este parámetro es a través de las funciones de utilidad.

Una *función de utilidad* no es más que una función matemática definida que transforma *valores monetarios* (pagos, costos) en *valores de utilidad*. En esencia, la función de utilidad de un individuo cualquiera es reflejo de las preferencias particulares de dicho individuo hacia determinados valores monetarios, así como de su actitud ante el riesgo. La mayoría de las personas tienen aversión al riesgo, lo cual se traduce en que el aumento del valor de utilidad para esa persona no es lineal con respecto al aumento del valor monetario. O sea, a medida que aumenta el valor monetario en pesos, cada peso extra asociado a un beneficio tiene un valor de utilidad ligeramente menor al peso anterior; asimismo, cada peso extra asociado a un costo tiene un valor de utilidad ligeramente mayor al peso anterior. De esta forma se obtienen funciones de utilidad que presentan un comportamiento como el ilustrado en la Figura 2.

Figura 2: Función de utilidad hipotética



Fuente: elaboración propia.

En este sentido, la toma de decisiones presenta dos grandes aspectos importantes. El primero es el conocimiento de la función de utilidad de un individuo (o empresa), lo cual no es tarea fácil y normalmente es resultado de mucho tiempo de análisis y observación de resultados. El segundo aspecto es relativamente sencillo y consiste en realizar el análisis de la toma de decisiones mediante la sustitución de los valores monetarios por valores de utilidad según esta función y trabajar en la maximización de estos valores de utilidad.

Encontrar la función de utilidad de un individuo o una empresa es un proceso realmente difícil, sobre todo para el caso empresarial, donde cada miembro podría tener una actitud diferente ante el riesgo. Es por ello que se han desarrollado funciones de utilidad predefinidas que resultan muy útiles en diversos casos. Un ejemplo de este tipo consiste en la *función de utilidad exponencial*, la cual es muy empleada hoy en día para decisiones de inversión financiera. Esta función contiene un único parámetro, que es conocido como *tolerancia al riesgo*, el cual puede ser relativamente fácil de encontrar en algunos casos. Este tipo de función tiene la forma:

$$U(x) = 1 - e^{-\frac{x}{r}}$$

Donde x es el valor monetario (positivo para los beneficios y negativo para los costos), $U(x)$ es la utilidad asociada a dicho valor monetario y $r > 0$ es la tolerancia al riesgo. Como bien indica su nombre, r es un medidor de cuánto riesgo se está dispuesto a tomar. A mayores valores de r, menor es la aversión al riesgo, y en el límite de valores muy altos la decisión se acerca al criterio de maximización del VME. En este caso, para estimar la función de utilidad de un individuo o una compañía, basta solo con encontrar el valor de r.

Una forma práctica de estimar este valor consiste en la siguiente. Supongamos que se debe elegir entre una de estas decisiones:

- No obtener ningún beneficio.
- Obtener un beneficio de r pesos o perder un costo de $r/2$ pesos en dependencia del lanzamiento de una moneda (50 % de probabilidad para cada caso).

El valor de r para el cual la decisión anterior resulta indiferente al individuo o la compañía es aproximadamente igual al valor de la tolerancia al riesgo. De aquí es posible concluir que, mientras mayor sea la riqueza de una determinada empresa o persona, mayor es su tolerancia al riesgo, lo cual es verídico. Adicionalmente, a través de varios estudios sobre grandes compañías y teniendo en cuenta algunas variables financieras, se ha logrado estimar que, a grandes rasgos, el valor de r equivale al 6,4 % de las ventas netas y el 124 % de los ingresos netos de la compañía (Howard, 1988).

4.2.3 La toma de decisiones sobre eventos riesgosos

Para poner en práctica los conceptos discutidos, analicemos el siguiente ejemplo:

Una determinada compañía informática, que tiene unos $30 M de ventas netas, se enfrenta a un problema de decisión. La compañía debe decidir si entrar en una de dos inversiones riesgosas o en una inversión segura con una ganancia de $125 k. La Tabla 2 muestra las posibles ganancias de las dos inversiones riesgosas, así como sus respectivas probabilidades. ¿Cómo debería actuar la compañía? ¿Qué decisión es la mejor en este caso?

Tabla 2: Valores monetarios y de probabilidades asociados a las inversiones riesgosas del ejemplo de la compañía informática

	Inversión menos riesgosa			Inversión más riesgosa		
Ganancia	-$0,5 M	$0,1 M	$1 M	-$1 M	$1 M	$3 M
Probabilidad	0,25	0,50	0,25	0,35	0,60	0,05

Fuente: elaboración propia a base de Albright & Winston, 2015.

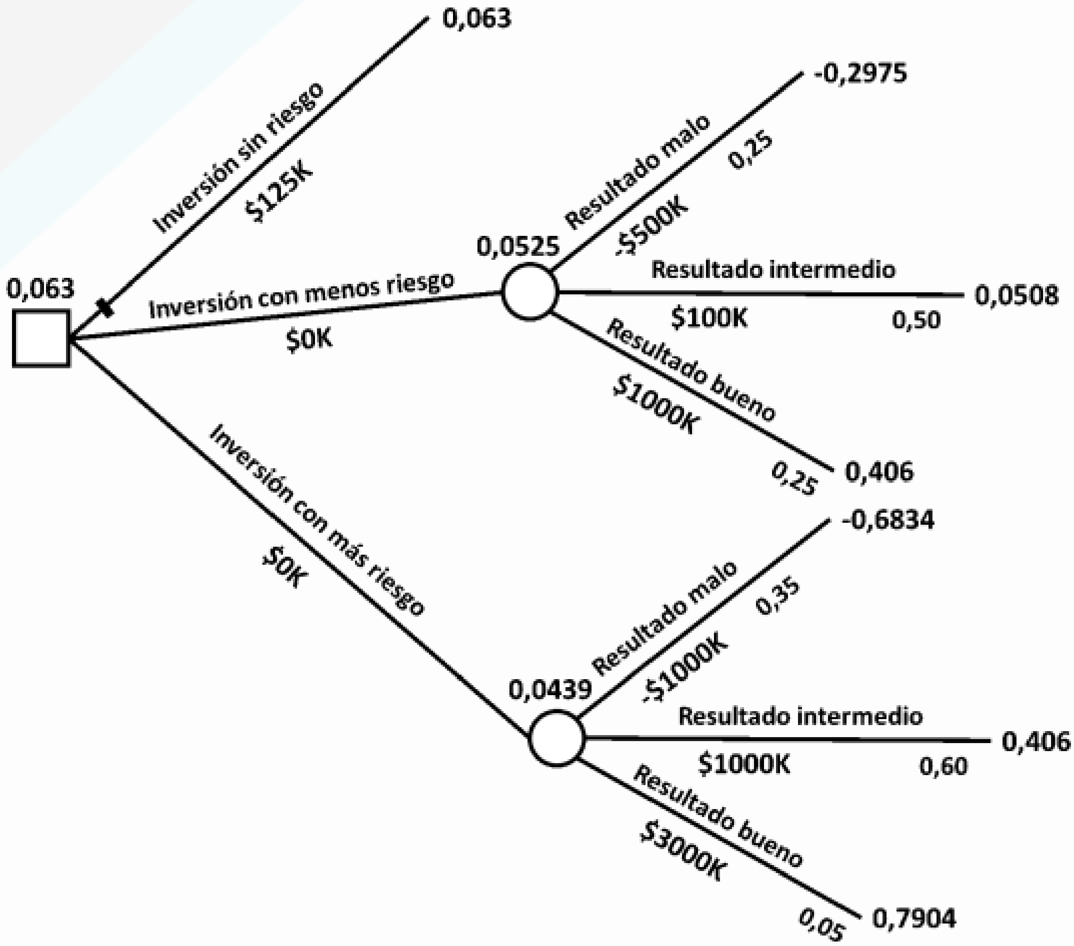
Asumamos que la compañía tiene una función de utilidad del tipo exponencial y, con base en los resultados discutidos anteriormente, es posible estimar que la tolerancia al riesgo es del 6,4 % de las ventas netas, o sea, de $1,92 M. Es posible, entonces, emplear la función exponencial descrita arriba para calcular los valores de utilidad correspondiente a los valores monetarios. Por ejemplo, para el caso de la inversión segura, con una ganancia de $125 K, el valor de utilidad es de:

$$U(125) = 1 - e^{-\frac{125}{1920}} = 1 - 0{,}937 = 0{,}063$$

De esta forma, es posible construir un árbol de decisión empleando los valores de utilidad en vez de los valores monetarios y así enfrentar el problema de decisión. La Figura 3 muestra el resultado de dicho árbol.

Como es posible notar en la Figura 3, la decisión óptima en este caso consiste en la inversión segura; sin embargo, resulta posible demostrar que los VME de las otras dos inversiones son superiores. O sea, desde el punto de vista del criterio del VME, la mejor decisión consiste en la inversión más riesgosa (VME = $400 k). No obstante, debido a que la aversión al riesgo por parte de la empresa (así como los valores monetarios asociados) es relativamente alta, es preferible en este caso sacrificar $275 k de VME para evitar el riesgo (los $275 k son resultantes de la diferencia de la decisión óptima según el VME y los $125 k correspondientes a la decisión óptima según los valores de utilidad).

Figura 3: Árbol de decisión asociado al ejemplo de la compañía informática. Los valores mostrados en los nodos se corresponden con los valores de utilidad calculados



Fuente: elaboración propia a base de Albright & Winston, 2015.

4.2. 4 Equivalentes de certeza

Otra forma muy útil para entender problemas como el anterior consiste en determinar los valores de *equivalentes de certeza*. Para entender este concepto, supongamos que la compañía informática tiene solamente dos opciones: entrar en la inversión más riesgosa o recibir de forma segura una cantidad monetaria de X. El equivalente de certeza consiste en el valor monetario X necesario para que la decisión entre ambas opciones sea indiferente. En estos casos basta conocer el *valor de utilidad* correspondiente a la decisión para luego calcular el *valor monetario* que le corresponde a dicho valor de utilidad.

En el caso planteado, el valor de utilidad de la inversión más riesgosa es de 0,0439, de modo que el equivalente de certeza se obtiene de despejar el valor monetario de la función de utilidad:

$$x = -1920000 \times \ln(1 - 0{,}0439) \approx 86000$$

Una forma de interpretar los equivalentes de certeza consiste en asumirlos como las ganancias seguras de cada decisión. O sea, para el caso anterior, la inversión más riesgosa equivale a una decisión con una ganancia segura de $86 k, a pesar de tener un VME de $400 k (la diferencia es precisamente el resultado de la aversión al riesgo por parte de la empresa). De forma similar, es posible calcular los equivalentes de certeza para las otras decisiones. La decisión de realizar la inversión segura tiene una ganancia certera de $125 k, la cual es mayor que los $86 k de la inversión más riesgosa. De ahí resulta que esta última sea la mejor decisión para una empresa que tenga esta función de utilidad específica.

De esta manera, es posible comprender que el criterio de decisión dado por los valores de utilidad es equivalente a la *maximización de los equivalentes de certeza* dados por la función de utilidad empleada.

Referencias

Albright, S. C., & Winston, W.L. (2015). *Business Analytics: Data Analysis and Decision Making* (5th ed). USA: Cengage Learning.

Ambroggio, E. E., y Pérez Socas, L. B. (2016). *Certificado Estadística XXI: Estadística para la toma de decisiones*. Córdoba, Argentina

Anderson, D. R., Sweeney, D. J., & Williams, T. A. (2011). *Statistics for Business and Economics* (11th ed). USA: Cengage Learning.

Bertsekas, D. P., & Tsitsiklis, J. N. (1997). *Introduction to Probability* (2nd ed). USA: Wiley.

Howard, R. (1988). Decision Analysis: Practice and Promise. *Management Science*, *34*(6), 679–695.

Levine, D. M., Krehbiel, T. C., y Berenson, M. L. (2014). *Estadística para administración*. México: Pearson Educación.

Mendenhall, W., Beaver, R. J., & Beaver, B. M. (2013). *Introduction to Probability and Statistics*. Boston, MA, USA: Brooks/Cole, Cengage Learning.

Rumsey, D. J. (2006). *Probability for Dummies*. USA: Wiley.